

# Marshallovský makroekonomický model

Semestrálna práca z predmetu  
*Modelovanie ekonomických systémov*

Ján Suchal

December 2006

### **Abstrakt**

Marshallovský makroekonomický model predstavuje zaujímavý pohľad na ekonomické procesy okolo nás. Už pri základnom modeli tohto typu s konštantnými parametrami endogénnych veličín a zmien exogénnych veličín je možné pozorovať veľmi komplexné chaotické správanie systému. V tejto práci sa zaoberáme realizáciou, testovaním a experimentáciou s vybraným modelom Marshallovskej makroekonómie.

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Dvojsektorový Marshallovský model</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Realizácia modelu</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Testovanie a experimenty</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Zhodnotenie</b>	<b>9</b>

# Kapitola 1

## Úvod

Táto práca opisuje chronologický priebeh riešenia vybraného problému Marshallovskej makroekonómie. Obsahuje postupne analýzu, realizáciu, testovanie a experimentáciu s Marshallovským makroekonomickým modelom [1]. V kapitole 2 sa venujeme základným princípom vybraného problému, z ktorých v kapitole 3 vychádzame pri realizácii modelu. Testovanie a experimentácia s vytvoreným modelom je opísaná v kapitole 4.

## Kapitola 2

# Dvojsektorový Marshallovský model

V tejto práci sa venujeme modelovaniu dvoch sektorov. Pre jednotlivé sektory definujeme počty firiem  $N_1, N_2$  a ich tržby  $S_1, S_2$ . Pre miery zmeny týchto premenných od času platí<sup>1</sup>:

$$\frac{S_{1t} - S_{1t-1}}{S_{1t-1}} = AS_{1t-1} + BS_{2t-1} + DN_{1t-1} + EN_{2t-1} + C \quad (2.1)$$

$$\frac{S_{2t} - S_{2t-1}}{S_{2t-1}} = FS_{1t-1} + GS_{2t-1} + IN_{1t-1} + JN_{2t-1} + H \quad (2.2)$$

$$\frac{N_{1t} - N_{1t-1}}{N_{1t-1}} = \gamma_1(S_{1t-1} + F_1 N_{1t-1}) \quad (2.3)$$

$$\frac{N_{2t} - N_{2t-1}}{N_{2t-1}} = \gamma_2(S_{2t-1} + F_2 N_{2t-1}) \quad (2.4)$$

pričom endogénne premenné a miery rastu exogénnych premenných  $A, B, \dots, J$  ako aj  $\gamma_1, \gamma_2, F_1, F_2$  majú konštantné hodnoty.

---

<sup>1</sup>Kompletný postup odvodenia týchto vzťahov pre jeho náročnosť a dĺžku neuvádzame, je však dostupný v článku *A. Zellner and G. Israilevich. The Marshallian Macroeconomic Model: A progress report* [1].

## Kapitola 3

# Realizácia modelu

Model popísaný v časti 2 sme modelovali v simulačnom prostredí Stella<sup>1</sup>. Pre potreby simulačného prostredia bolo potrebné miery zmeny jednotlivých veličín (vzťahy 1–4) upraviť na zmeny veličín v jednom časovom kroku.

Pre zmeny  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$ ,  $\Delta N_1$  a  $\Delta N_2$  platí:

$$\Delta S_1 = S_{1t} - S_{1t-1} = (AS_{1t-1} + BS_{2t-1} + DN_{1t-1} + EN_{2t-1} + C)S_{1t-1} \quad (3.1)$$

$$\Delta S_2 = S_{2t} - S_{2t-1} = (FS_{1t-1} + GS_{2t-1} + IN_{1t-1} + JN_{2t-1} + H)S_{2t-1} \quad (3.2)$$

$$\Delta N_1 = N_{1t} - N_{1t-1} = \gamma_1(S_{1t-1} + F_1N_{1t-1})N_{1t-1} \quad (3.3)$$

$$\Delta N_2 = N_{2t} - N_{2t-1} = \gamma_2(S_{2t-1} + F_2N_{2t-1})N_{2t-1} \quad (3.4)$$

Keďže ostatné parametre sú konštantného charakteru, vymodelovanie modelu je jednoduché. Veličiny  $S_1, S_2, N_1, N_2$  sú modelované *zásobníkmi* a konštanty *konvertormi*. Prepojenia medzi nimi sú priamočiarou transformáciou vzťahov 5–8 do grafickej podoby (Obr. 3.1).

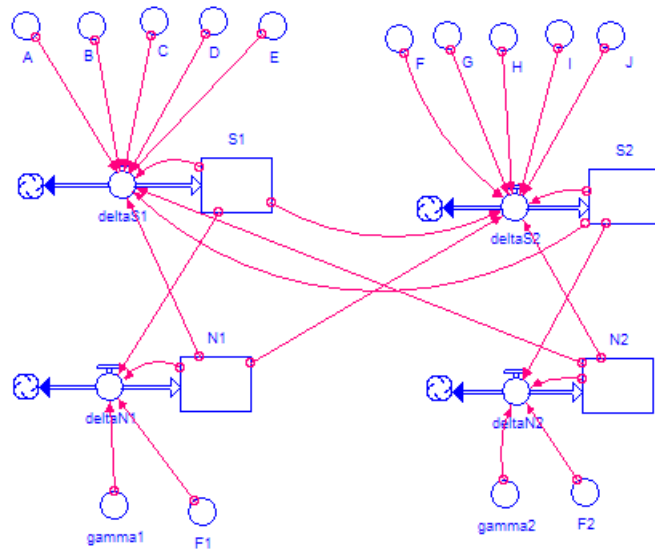
Pre testovacie a experimentálne účely bol základný model (Obr. 3.1) následne doplnený (Obr. 3.2) o začiatočné hodnoty  $S_1^0, S_2^0, N_1^0, N_2^0$  a súčty  $S = S_1 + S_2$  a  $N = N_1 + N_2$ .

Kvôli zjednodušeniu testovania a experimentácie bolo tomuto modelu vytvorené ovládacie grafické rozhranie<sup>2</sup>.

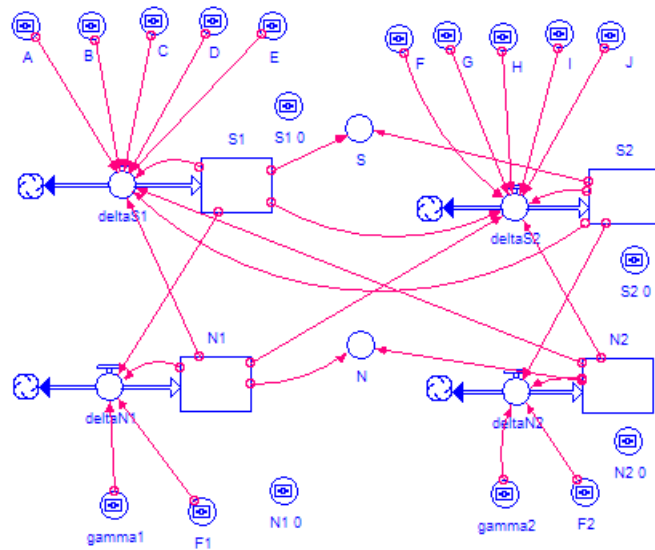
---

<sup>1</sup><http://www.iseesystems.com/software/education/StellaSoftware.aspx>

<sup>2</sup>Ukážka grafického rozhrania v prostredí Stella je v prílohe (Obr. 5.1).



Obrázok 3.1: Základný dvojsektorový Marshallovský model v prostredí Stella.



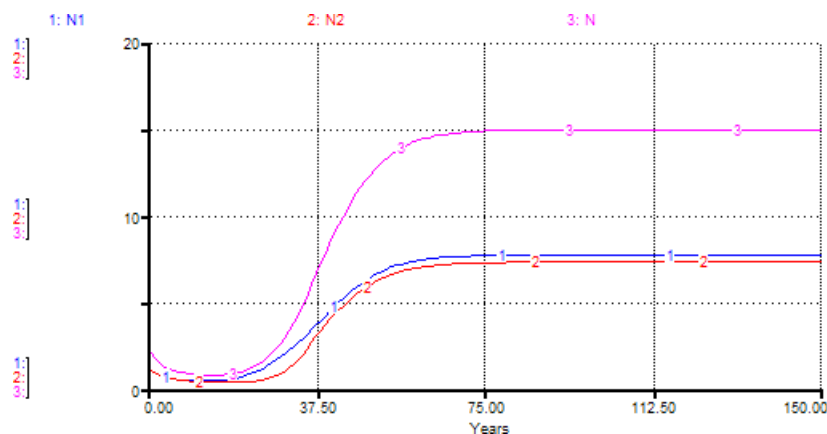
Obrázok 3.2: Rozšírený dvojsektorový Marshallovský model v prostredí Stella.

## Kapitola 4

# Testovanie a experimenty

Testovanie modelu bolo vykonané porovnávaním výsledkov so zdrojovou prácou [1]. Pri tomto porovnaní sa ukázalo, že v pôvodnej práci sú preklepy, ako vo vzťahoch, tak aj v hodnotách konštánt jednotlivých simulácií. Pre úplnosť uvádzame experimenty s opravenými hodnotami koeficientov. Začiatkové hodnoty premenných veličín boli pre všetky experimenty nastavené na  $N_1^0 = N_2^0 = 1, S_1^0 = S_2^0 = .1$

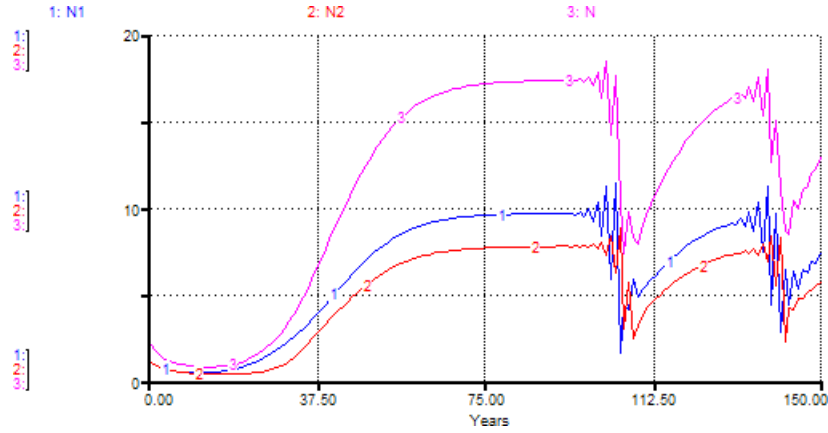
V prvom experimente (Obr. 4.1) je možné pozorovať plynulú (hladkú) konvergenciu veličín do ustáleného stavu systému.



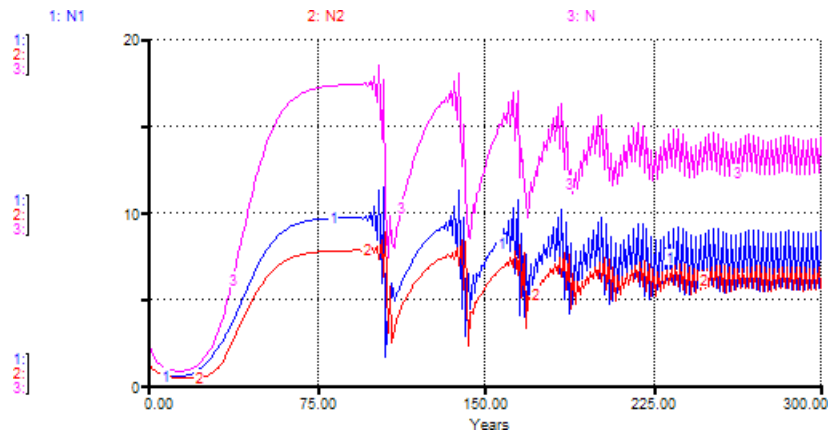
Obrázok 4.1: Plynulá konvergencia systému pre  $A = G = -.07, B = F = .05, D = J = .01, E = I = .01, C = .2, H = .1, \gamma_1 = \gamma_2 = .1, F_1 = F_2 = -2, N_1^0 = N_2^0 = 1, S_1^0 = S_2^0 = .1$

Zaujímavé správanie (Obr. 4.2) dostávame s rovnakým modelom po zmene začiatkových parametrov. Ukázalo sa, že začiatkové správanie systému korešponduje s plynulou konvergenciou v predchádzajúcom experimente, avšak tentoraz sa systém v ustálenom stave neudrží a spadá do deterministického chaosu, čo má za následko rapídne zníženie hodnôt jednotlivých veličín. Tento zaujímavý deterministicky chaotický “prepad” sa niekoľko krát zopakuje a systém sa ustáli v jemnej oscilácii (Obr 4.3).

Takéto ustálenie v oscilácii ešte viditeľnejšie v ďalších experimentoch (Obr. 4.4, 4.5).

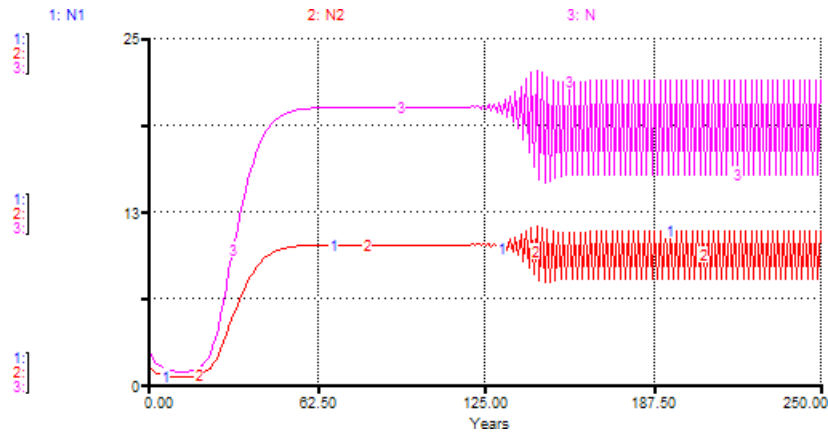


Obrázok 4.2: Deterministicky chaotické správanie pre  $A = G = -.08, B = F = .05, C = .2, H = .1, D = .035, J = .01, E = .03, I = .01, \gamma_1 = \gamma_2 = .1, F_1 = F_2 = -2, N_1^0 = N_2^0 = 1, S_1^0 = S_2^0 = .1$

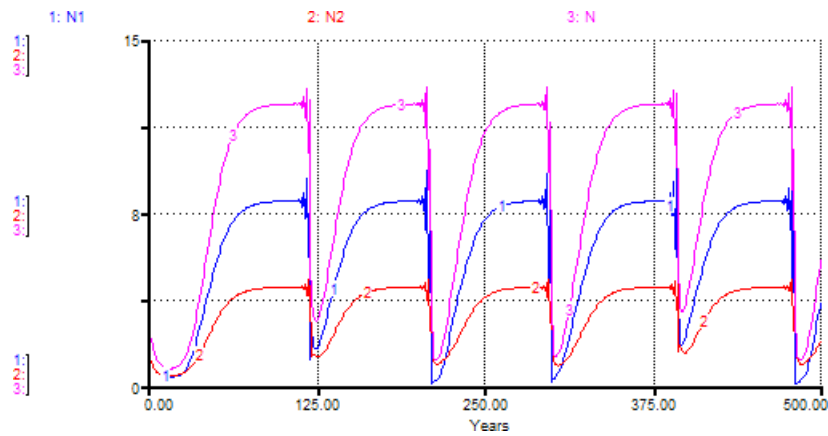


Obrázok 4.3: Ustálenie systému v jemnej oscilácii po chaotických “prepadoch”.

Tieto dve oscilácie sú však odlišného charakteru. V prvej z nich (Obr. 4.4) dochádza k osciláciám, ktoré vznikli postupne z ustáleného stavu. V druhom prípade (Obr. 4.5) je oscilácia spôsobená cyklickými “prepadi” deterministického chaosu.



Obrázok 4.4: Ustálenie systému v oscilácii spôsobenej deterministickým chaosom pre hodnoty  $A = G = -.08, B = F = .06, C = H = .2, D = J = .01, E = I = .01, \gamma_1 = \gamma_2 = .1, F_1 = F_2 = -2, N_1^0 = N_2^0 = 1, S_1^0 = S_2^0 = .1$



Obrázok 4.5: Systém v silnej oscilácii pre hodnoty  $A = -.08, G = -.208, B = F = .09, C = .1, H = .2, D = .035, E = .0324872, I = J = .01, \gamma_1 = \gamma_2 = .1, F_1 = F_2 = -2, N_1^0 = N_2^0 = 1, S_1^0 = S_2^0 = .1$

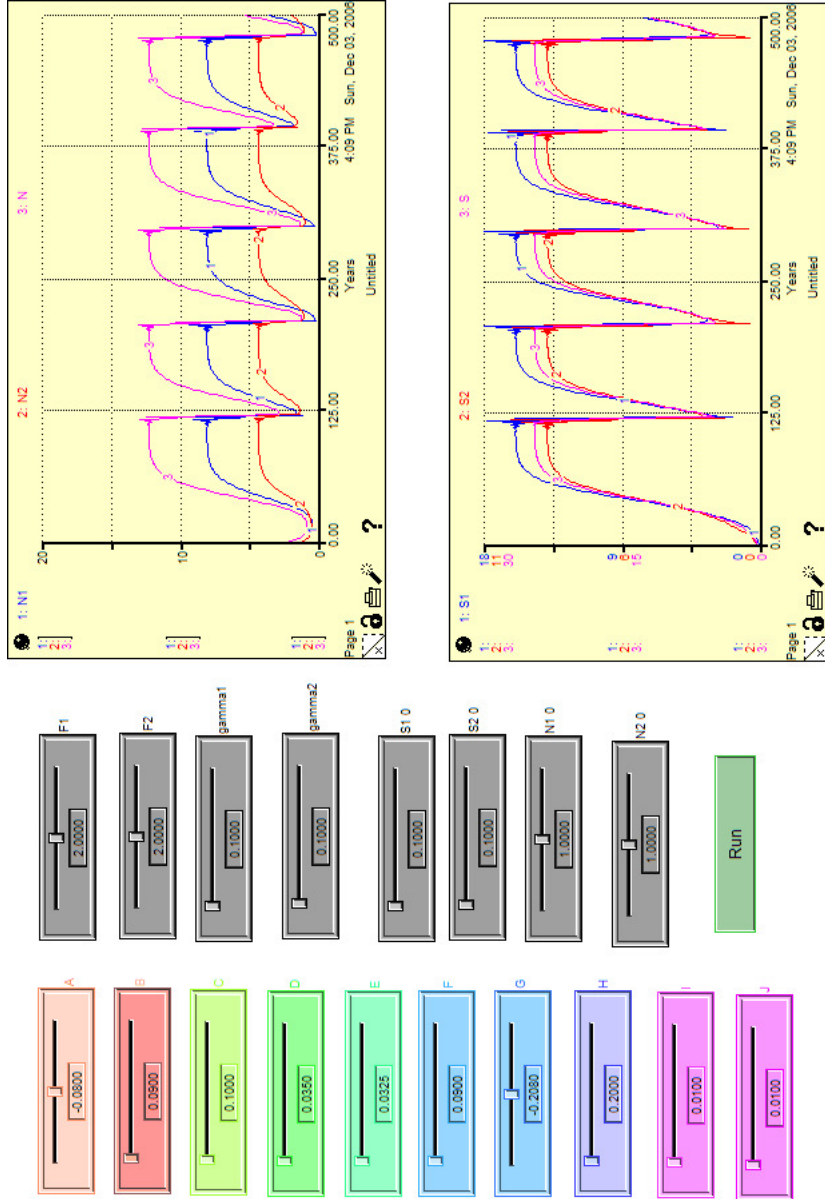
## Kapitola 5

# Zhodnotenie

V tejto práci sme ukázali možnosti simulovať dvojsektorový problém Marshallovskej makroekonómie v prostredí Stella. Ukázali sme, že tento model aj napriek svojej jednoduchosti, ktorá vyplýva z väčšiny jeho konštatných parametrov, dokáže simulovať široký diapazón dynamických procesov — od konvergentných, cez oscilujúce až po deterministicky chaotické.

# Literatúra

- [1] A. Zellner and G. Israilevich. The Marshallian Macroeconomic Model:  
A progress report.



Obrázok 5.1: Ovládacie rozhranie pre dvojsektorový Marshallovský model.